

-応用物理-

-後期中間-

目次

6	電荷と磁場	2
6.1	電荷と電荷保存則	2
6.2	クーロンの法則	3
6.3	電場	5
6.4	電場のガウスの法則	6
6.5	電位	7
6.6	キャパシター	9
6.7	誘電体と電場	11
7	電流と磁場	13
7.1	電流と起電力	13
7.2	オームの法則	14
7.3	ジュール熱	15
7.4	電気抵抗の接続	16
7.5	直流回路	16
7.6	磁石と磁場	17
7.7	電流の作る磁場	18
7.8	電流に働く磁気力	20
7.9	電流の間に働く力	21
7.10	荷電粒子に働く磁気力	22
7.11	磁性体がある場合の磁場	23
7.12	反磁性体, 常磁性体, 強磁性体	25

6 電荷と磁場

6.1 電荷と電荷保存則

摩擦電気… 摩擦によって生じる電気のこと、静電気ともいいます。

電気力… 帯電した物体の間にはたらく力のこと、電気には正と負の 2 種類があり、

- 同種の電気の間には反発力
- 異種の電気の間には引力

がはたらきます。

電荷… 物体が帯びている電気のこと、あらゆる電気現象や磁気現象のもととなるもので、クーロン (記号 C) で測られる物理量です。

電荷保存則… 他の部分から孤立した系の電荷の総和は、増加も現象もせず一定である、という法則です。

電荷保存則

全電化は、増加も現象もせず、一定である。

電気素量… 文字 e で表され、 $e = 1.60 \times 10^{-19} [\text{C}]$ です。素電荷ともよばれ、陽子 1 個の帯びる電荷量を表します。また、電子 1 個が帯びる電荷量はこの符号を逆にしたものです。

導体… 電気をよく通す物質のことです。

絶縁体… 電気を通さない物質のことです。不導体、誘電体ともよばれます。

正確には導体や絶縁体は抵抗率によって決まるのですが、作者の時間の都合 **とめんどくさき** で割愛します。気になる人は自分で調べてくださいね！

自由電子… 物質の中にある、原子を離れて自由に動ける電子のことです。これらが物質中を移動することで電気が流れ、導体にはこれが多く存在します。また、電解質溶液はイオンが移動することで電気が流れます。一方、絶縁体は全ての電子が原子またはイオンに強く結合しており、動き回ることができません。

半導体… 金属より自由電子が少ないものの、電気を流す物質です。シリコンやゲルマニウムなどがあり、主に情報生を苦しめています。

6.2 クーロンの法則

クーロンの法則... 2つの帯電体にはたらく電気力の大きさを表す法則です。「小さな」とありますが、これは点として近似できるということです。

クーロンの法則

2つの小さな帯電体の間にはたらく電気力の大きさは、2つの帯電体のもつ電荷の積に比例し、距離の2乗に反比例する

クーロン力... 「くーろんか」ではなく「くーろんりょく」です。クーロンの法則に従う電気力のことで、2つの物質の電荷を q_1, q_2 、距離を r とすると、2つの物体の間にはたらく力 F は

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

と表されます。 k は正の比例定数で、値はそれぞれの単位を指定しないと決まりません。また、 $F < 0$ なら引力、 $F > 0$ なら反発力がはたらきます。

静電誘導... 物体の近くに電荷があるとき、

- 電荷に近い側の表面に同種の電荷
- 電荷から遠い側の表面に同種の電荷

が現れ、物体の電荷分布が変化することです。静電誘導があるため、クーロンの法則は小さな物体でないと適用できません。

点電荷... 帯電体の大きさが距離に比べて非常に小さく無視できる場合、理想化して点電荷とよびます。

真空中の係数... 電荷の単位がクーロン [C]、長さの単位がメートル [m]、力の単位がニュートン [N] の単位系では、真空中での比例定数 k は以下ようになります。

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

そのため、真空中のクーロンの法則は以下のように表されます。

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

電気定数... 上の式に現れる ϵ_0 のことで、 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [\text{C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)]$ です。

ベクトルで表したクーロンの法則... 原点 O に電荷 Q の点電荷があるとき、位置ベクトルが \vec{r} の点 P にある点電荷 q が受ける電気力 \vec{F} は、

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi \epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

のように表されます。

2つ以上の電荷がある場合の電気力… 3つの電荷 q_1, q_2, q_3 がある場合, 電荷 q_1 にはたらく電気力 \vec{F}_1 は, 電荷 q_2 からの電気力と電荷 q_3 からの電気力のベクトル和になります. 一般に, N 個の電荷が存在する場合に q_1 にはたらく電気力は, 以下のように表されます.

$$\vec{F}_1 = \sum_{i=0}^N \vec{F}_{1 \leftarrow i}$$

6.3 電場

電場… 電荷に力を及ぼすはたらきをもつ空間のことです。帯電体のまわりの空間がそれにあたります。また、工学では電界とよぶこともあります。

電場と電荷に及ぼされる力… 電荷が直接作用するのではなく、電荷は電場を作り、電場が電荷に作用する、と考えます。つまり、電荷は間接的に作用するわけです。

静電場… 点 \vec{r} における電場の状態を表すベクトル量のことで、

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q}$$

と定義されます。これにより、電場の単位が [N/C] であることが分かります。

電気力線… 空間の各点での電場を表す矢印をつなげた線です。以下のような性質があります。

- 電荷のあるところと電場が $\vec{0}$ のところ以外では交わらない
- 正電荷で発生する
- 負電荷で消滅する
- 新しく発生したり、途中で途切れたりはしない

一様な電場… 向きも強さも場所によらない一定の電場のことで、電気力線が並行かつ間隔が一定という特徴があります。この電場は以下の式で表されます。

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \\ &= \frac{Q^v v r}{4\pi\epsilon_0 r^3}\end{aligned}$$

物質中の電場… ミクロの世界では、物質は正イオンと電子または正イオンと負イオンからできているため、物質の内部の電場は非常に激しく変化しています。これを原子の大きさよりはるかに大きな領域（それでも人間の目には見えない程度）での平均値を、物質中の電場といいます。

導体と電場… 導体を電場の中に置くと、

- 導体の中の正の自由電荷は電場の向き
- 負の自由電荷は電場の向きと逆

にそれぞれ動き、導体の表面に正と負の自由電荷が現れます。これは表面にある電荷と電場が打ち消し合い、導体内部の電場が $\vec{0}$ になるまで続きます。そのため、導体の内部における電荷の密度は 0 になります。これが静電誘導のちょっと といつか普通に分かりづらい 詳しい説明です。

導体内部の電気力線… 平衡状態では導体内部の電場が $\vec{0}$ のため、導体の中に電気力線はありません。また、導体の表面に電荷が集まるため、表面での電場（電気力線）は表面に垂直です。

静電遮蔽… 導体に囲まれた空間には、導体の外の電場が影響しない、という現象です。例えば、自動車に雷が落ちても、車内はボディで電場から遮蔽されて安全です。また、完全に囲まらずに金網や鉄筋で囲んでも、一定の効果はあります。

6.4 電場のガウスの法則

電気力線束 ... 電場 \vec{E} において、面積 A の平面を貫く電気力線の本数のことです。また、平面には表と裏が決められていて、法線ベクトル \vec{n} は裏から表の方を向いています。これを記号 Φ_E で表し、 $\Phi_E = EA \cos \theta$ と定義します。 θ は電場 \vec{E} と法線ベクトル \vec{n} がなす角です。 $E_n = E \cos \theta$ として、 $\Phi_E = E_n A$ とすることもあります。電場と平面が垂直な場合 ($\theta = 0$ の場合) は、 $\Phi_E = EA$ と表せます。また、平面には表と裏が決められており、電気力線が

- 裏から表へ貫く時は $\Phi_E > 0$
- 表から裏へ貫く時は $\Phi_E < 0$

です。

点電荷の電気力線束 ... 点電荷 $q (q > 0)$ がつくる電場では、 q から距離 r の点における電場の強さは $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ です。そのため、点電荷を中心とする半径 r の球面の電気力線束は、

$$\Phi_E = EA = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

と表せます。つまり、正電荷 q からは $\frac{q}{\epsilon_0}$ 本の電気力線が発生し、負電荷には $\frac{|q|}{\epsilon_0}$ 本の電気力線が集まるわけです。負電荷にだけ絶対値記号がついてる理由? ほら、負電荷って電荷量が負じゃないですか。マイナス本の電気力線とか考えたら死ぬ病にかかっているんですよ。

電場のガウスの法則 ... 閉曲面から出ていく電気力線束は、閉曲面の全電荷を ϵ_0 で割った値になる、という法則です。電荷からしか電気力線束は出ないわけですし、当然っちゃ当然ですが。

電場のガウスの法則

$$\text{閉曲面 } S \text{ から出ていく電気力線束 } \Phi_E = \frac{S \text{ の内部の全電化 } Q_{in}}{\epsilon_0}$$

数式で表すと、

$$\int_S E_n dS = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

電場のガウスの法則の応用 ... 電荷分布が対称性をもつ場合は、電場の方向を計算しなくても分かることが多いです。このような場合は、電場のガウスの法則を使うと、電場の大きさが簡単に求められます。具体例とかは作者の時間の都合で省略します。見たければ教科書見てね!

6.5 電位

電気力の位置エネルギー… 電荷 q を帯びた物体が電場 \vec{E} の中を点 P から点 A まで移動するとき、電気力 $q\vec{E}$ が行う仕事を $W_{P \rightarrow A}$ とすると、位置エネルギーの変化は以下のように表されます。

$$U_P - U_A = W_{P \rightarrow A}$$

電気力の行う仕事は点 P から点 A までの道筋によらず一定のため、一様な電場の場合は、線分 PA に沿って移動する時の仕事から、

$$W_{P \rightarrow A} = qEd$$

であることが分かります。(力が qE , 距離が d)

電気力の位置エネルギーの基準… 基準点 ($U = 0$ の点) は、無限に遠い点とすることが多いです。この場合、点 P での電気力による位置エネルギー U_P は以下のように表せます。 それでは無限に縋りをしまつ ぼやしみ～

$$U_P = W_{P \rightarrow \infty}$$

クーロン・ポテンシャル… 2 個の点電荷 q_1, q_2 の距離が r の時の位置エネルギーのことで、

$$U(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

で表されます。

電位… 単位電荷あたりの電気力による位置エネルギーのことです。点 P の電位 V_P は、位置エネルギーを電荷で割った値です。

$$V_P = \frac{U_P}{q}$$

電位差… 電場の中の 2 点 P, A の電位差は、2 点間の位置エネルギーの差、つまり P から A までの仕事として表せます。

$$V_P - V_A = \frac{W_{P \rightarrow A}}{q}$$

また、電位差を電圧ともいい、単位はおなじみボルト [V] です。上の式から、 $V = [J/C]$ であることが分かります。

一様な電場における電位差… 一様な電場では、

$$V = V_P - V_A = Ed$$

と表せます。式を変形すると

$$E = \frac{V}{d}$$

となるため、ある点での電場の強さはその付近での電位勾配 (傾き) に等しくなることが分かります。また、ここから電場の単位 [N/C] が [V/m] としても表せることも分かります。

電位差と仕事… 電位差が V の 2 点間 P, A の間を点電荷 q が移動する時、電場のする仕事は qV で表されます。

$$qEd = q \frac{V}{d} d = qV$$

また、電位を基準点からの電位差と考えると、

$$V_P = \frac{W_{P \rightarrow \infty}}{q}$$

と表せます。

点電荷 Q による電位 … 点 P と Q の距離を r とすると、

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

いくつかの点電荷がある場合は、各電位の総和になります。

電子ボルト … 電気素量 e の電荷をもつ荷電粒子が 1[V] の電位差を通過するときの運動エネルギーです。単位は [eV] で、 $1[\text{eV}] = 1.602 \times 10^{-19}[\text{J}]$ です。

等電位面 … 電位が同じ点を連ねてできる面のことです。等電位面の任意の曲線を等電位線といい、電気力線はこれらと直行する性質があります。

導体と電位 … 平衡状態では、電場の中に置かれた導体の内部では電場が $\vec{0}$ になるため、全ての点が等電位になります。そのため、アース (接地) した導体の電位は常に地面の電位に等しいです。

6.6 キャパシター

キャパシタ ... 2 個の導体を向かい合わせに置き, 正負の電荷を蓄える装置のことです. コンデンサと呼ぶこともあります.

キャパシタの動き ... 2 個の導体の片方に正, もう片方に負の電荷を与えると, 2 つの電荷の間に引力がはたらき, 電荷が蓄えられます. 電気力線は 2 個の導体の間にでき, かける電荷を n 倍すると電位差も n 倍になります.

電気容量 ... キャパシタに蓄えられる電荷は電位差に比例して増えていきます. この比例定数を電気容量といい, 記号 C で表します. 単位はファラド [F] で, [C/V] です.

$$Q = CV$$

ただし, この単位は大きすぎるため, 実際には [μ F] や [pF] がよく使われます.

電気容量とキャパシター ... 電気容量は

- 2 つの導体の面積に比例
- 2 つの導体の間隔に反比例

します. なお, 多くのキャパシタでは電気容量を大きくするために絶縁体を間に挟んでいます.

平行板キャパシタの電気容量 ... 極板上の電荷密度を σ とすると, 電場は $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$, 電位差は $Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$ です. そのため, $C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ となります.

導体球の電気容量 ... めっちゃ遠くにもう 1 つの導体があると考えます. 無限遠の電位を 0 とすると, 球の表面の電位は $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ のため, 電気容量は $\frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 r$ です.

キャパシタの接続 ... これは抵抗と逆の計算をする必要があります.

- 直列接続 ... 逆数の和の逆数 ($\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$)
- 並列接続 ... 足す ($C = C_1 + C_2$)

キャパシタに蓄えられるエネルギー ... 極板 A, B に蓄えられた電荷がそれぞれ $q, -q$ のとき, 極板間の電位差は $v = \frac{q}{C}$ です. このとき, 極板 B から A へ電荷 Δq を移動するために必要な仕事 ΔW は以下のようになります.

$$\Delta W = v\Delta q = \frac{1}{C}q\Delta q$$

$q = 0$ のときから少しずつ移動して $q = Q$ にするために必要な仕事は, 上の式を積分すると求められます.

$$W = \int_0^Q \frac{1}{C}q dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}VQ = \frac{1}{2}CV^2$$

この仕事は電気力による位置エネルギーとしてキャパシタに蓄えられます. つまり, $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$ です.

浮遊容量… 導体が地球と絶縁されている (地球と導体でキャパシタを構成している) ときの地球との電気容量です。

平行板キャパシタに蓄えられるエネルギー… 代入しましょう。

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Ad$$

キャパシタ内部の体積は Ad のため、単位体積あたり $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ のエネルギーが蓄えられます。

6.7 誘電体と電場

誘電分極… 電場によって絶縁体内部の電荷分布が変化し、表面に電荷が出てくる現象のことです。

誘電体… 絶縁体のことで、誘電分極を起こすことからこうもよばれます。

比誘電率… キャパシタの極板間に誘電体を挟むと、極板間の電位差が小さくなります。この割合を比誘電率といい、記号 ϵ_r で表します。

比誘電率と電気容量… 比誘電率 ϵ_r の誘電体を間に挟んだキャパシタの電気容量は $\epsilon_r C_0$ です。 C_0 は極板間に何も無い、真空の時の電気容量です。

比誘電率と電場… 誘電体を極板間に挟むと電位差が小さくなる理由は、誘電分極によって極板間の電場が弱まるためです。

電気双極子… 電気的な極性のない分子で構成された誘電体を電場の中に置くと、正電荷を持つ粒子は電場の方向へ、負電荷を持つ粒子はその逆へ移動します。しかし、粒子間に引力がはたらくために2つはあまり離れられず、極めて接近した電荷のペアができます。これを電気双極子といいます。

電気双極子モーメント… 間隔 d と電荷量 q の積で、記号 p で表します。ベクトルとしては、負電荷から正電荷の方を向いた大きさ $p = qd$ のベクトルです。

電気双極子モーメントと分極電荷… 分子の大きさは極めて小さく、大きな視点で見ると一様に電荷が分布しているように見えます。この物体に電場をかけると、正負の電荷は電場の方向に沿って距離 d ずれ、その結果面積 A の表面に $\pm qdNA = \pm pNA$ の分極電荷が出てきます。 N は物体を構成する分子の数です。

電気双極子モーメントと分極電荷の面密度… 分極電荷の面密度 σ_P は、分子1個の電荷量と分子数の積です。そのため、これは単位体積中の各分子の電気双極子モーメントの総和として表せます。

分極… 単位体積あたりの電気双極子モーメントで、記号 \vec{P} で表します。電気双極子モーメントの単位が $[C \cdot m]$ のため、分極の単位は $[C \cdot m / m^3] = [C/m^2]$ です。数式で表すと、単位体積あたりの電気双極子モーメントの総和です。

$$\vec{P} = \vec{p}N = \sum_{j(\text{単位体積})} \vec{p}_j$$

電気感受率… 比誘電率から1を引いた値で、記号 χ_e で表します。これを用いると、分極 \vec{P} を $\chi_e \epsilon_0 E$ と表せます。

誘電率… 比誘電率 ϵ_r と電気定数 ϵ_0 の積です。記号 ϵ で表します。

電荷の種類で分けた電場のガウスの法則… 電場は自由電荷と分極電荷の両方によって作られます。ある閉曲面 S の内部にある自由電荷の和を Q_0 、分極電荷の和を Q_P とすると、電場のガウスの法則は以下のように表せます。

$$S \text{ から出ていく電気力線の正味の本数} \times \epsilon_0 = Q_0 + Q_P$$

電束密度… 電場と分極の和で、記号 \vec{D} で表します。これは自由電荷に限った電場のようなものです。

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$$

電束線… 電束密度を表す線で、正の自由電荷で発生し、負の自由電荷で消滅します。

電束密度のガウスの法則 ... 電束線は、自由電荷 Q_0 から Q_0 本出ます。そのため、以下の法則が成り立ちます。

電束密度のガウスの法則

閉曲面 S から出ていく全電束 = S の内部の全自由電荷 Q_0

電束密度と誘電体内部のクーロン力 ... 比誘電率 ϵ_r の誘電体の中に 2 つの点電荷 q_1, q_2 があるとき、この間にはたらく電気力は以下のように求められます。

1. q_1 の電束密度の大きさは $\frac{\text{全電束}}{\text{球の表面積}} = \frac{q_1}{4\pi r^2}$
2. q_2 にはたらく電気力の大きさは $F = q_2 E$
3. $D = \epsilon_r \epsilon_0 E$ のため、 $F = \frac{q_2 D}{\epsilon_r \epsilon_0}$
4. $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_r \epsilon_0 r^2}$

7 電流と磁場

7.1 電流と起電力

電流… 荷電粒子の移動によって起こる電荷の流れのことです。

- 金属の導線の中では負電荷を帯びた自由電子
- 電解質溶液の中では正イオンと負イオン

が移動します。荷電粒子が移動するのは、電場によって電気力が作用するからです。

電流の向きと電荷の移動方向… 電場の中で、

- 正電荷を帯びた粒子は電場と同じ方向
- 負電荷を帯びた粒子は電場と逆の方向

に移動します。そのため、電流の向きは電場の向きと同じで、電位の高い方から低い方へ流れます。

電流の値… 導線の断面を単位時間 (基本的には 1[s]) に通る電荷として定義されます。つまり、通った電荷の量を時間で割るわけですね。

$$I = \frac{Q}{t}$$

この式を変形すると、電流 I が時間 t 流れた時に導線の断面を通った電荷の量が分かります。

$$Q = It$$

電流の単位はアンペアで、 $[A] = [C/s]$ です。

導線を通る電流… 自由電子が正イオンの間を移動することで生じます。そのため、導線全体としては帯電していません。また、熱振動している正イオンと衝突しながらジグザグに進んでおり、時間平均すると等速運動になります。

自由電子と電流の強さ… 単位体積あたりの自由電子数を n として、断面積 A の一様な導線を電荷 $-e$ の自由電子が平均の速さ v で移動しているとき、導線の断面を時間 t に $nAvt$ 個の自由電子が通ることになります。この時の電流の強さは、 $\frac{|-enAvt|}{t} = nevA$ です。

定常電流… 時間的に変化しない電流のことです。

起電力… 電位差を一定に保ち続けるはたらきのことです。これによって定常電流を流すことができます。単位は電位差と同じボルト [V] です。電位差と同様、電圧ということもあります。

電源… 起電力を発生させる装置のことです。某学科の学生には直流安定化電源が有名です。

7.2 オームの法則

電気抵抗 … 電流が流れるのを妨げる作用のことで、単に抵抗ともいいます。この役割を担う素子を抵抗器あるいは単に抵抗とよび、セラミックスや炭素、合金のコイルなどでできています。なお、導線にもある程度の抵抗はあります。

オームの法則 … 抵抗器を流れる電流が抵抗器の両端電圧に比例する、という法則です。

$$V = RI$$

V が電圧、 R が抵抗、 I が電流です。ちなみに、金属ではよく成り立ちますが、電解質溶液やダイオード、放電管などでは成り立ちません。

抵抗の単位 … オームで、記号は $[\Omega]$ です。 $[\Omega] = [V/A]$ です。

電圧降下 … 電気抵抗をもつ物体に電流が流れた後、電流の向きに電位が低くなる現象のことです。下がる電位は抵抗で消費する電圧と同じで、 RI です。

電気抵抗率 … 断面積が一定で一樣な導線の電気抵抗 R は、長さ L に比例し、断面積 A に反比例します。

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

電気抵抗率 … 上の式の比例定数 ρ で、導線の材料と温度のみで決まります。上の式から、抵抗率の単位は $[\Omega \cdot m]$ です。

抵抗率の違いによる区別 … 導体や不導体は抵抗率によって決まります。

- $10^{-6} [\Omega \cdot m]$ 以下 … 導体
- $10^{-6} [\Omega \cdot m] \sim 10^6 [\Omega \cdot m]$ … 半導体
- $10^6 [\Omega \cdot m]$ 以上 … 絶縁体

ただし、場合によって多少変動するので気をつけてください。

半導体 … 抵抗率が中途半端な物質です。しかし、中途半端なお陰で色々な恩恵があったりします。

温度と抵抗率 … 正イオンの熱振動が温度とともに激しくなる金属では、温度とともに抵抗率も増加していきます。一方、半導体は温度上昇とともに自由電子の数が増えるため、温度が上昇すると抵抗率が現象していきます。

超伝導現象 … 多くの金属や合金で見られる、極低温下で抵抗が 0 になる現象です。磁石が浮いたり永久電流が流れたり、かがくのちからってすげー！ って感じの現象です。

7.3 ジュール熱

電荷がする仕事… 電位差が V の正極から負極へ電荷 q が移動する時、電気力によって仕事 qV がなされます。

電気の仕事率… 電圧 V で電流 I が流れる時、時間 t で It の電荷が移動するため、仕事は ItV になります。仕事率 P はこれを t で割った値になるため、 $P = IV$ です。単位はワットで、 $[W] = [J/s] = [V \cdot A]$ です。

電流による発熱… 導線の中で、電子は熱振動している正イオンと衝突しながら一定の平均速度で運動します。これによって電池の化学エネルギーが正イオンの熱振動のエネルギーに転換し、動線の中で熱になります。

ジュール熱… 電流によって発生する熱量のことで、電流の 2 乗に比例します。

$$Q = VIt = RI^2t = \frac{V^2}{R}t$$

電力… 電源が回路に電流を流して行う仕事の仕事率です。また、仕事を**電力量**といいます。単位は、 $1[kW]$ の電力が 1 時間にする仕事の 1 キロワット時 $[kWh]$ を使うことが多いです。

$$1[kWh] = 1000[W] \times 3600[s] = 3.6 \times 10^6[J]$$

ちなみに、交流でも実効値という値を用いることで電力を求めることができます。

7.4 電気抵抗の接続

直列接続… 足します.

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

並列接続… 逆数の和の逆数を取ります.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

7.5 直流回路

回路… 電流の流れる通り道のことです. ちなみに英語では circuit といいます.

回路素子… 抵抗器やキャパシター, コイルなどのことです.

直流回路… 定常電流が流れている回路です..

キルヒホッフの法則… 電流と電圧の 2 つの法則があり, 複雑な回路網に流れる電流を求めるのに便利です.

[第 1 法則 (電流則)]

回路の中の任意の接続点に流れ込む電流を正, 流れ出す電流を負の量で表すと, それらの総和は常に 0 である.

つまり, 「接続点に流れてくる電流の和と流れ出す電流の和は同じ」ということです.

[第 2 法則 (電圧則)]

任意の閉じた回路に沿って 1 周するとき, 電位はもとの値に戻るので, 電源及び抵抗による電位の上昇を正, 電位の降下を負で表すと, 電位差の総和は 0 になる.

閉じた回路で 1 周するとき, 起電力や電圧降下を全部足すと 0 になる, ということです.

7.6 磁石と磁場

磁極の間にはたらく力… 同種の磁極だと反発力, 異種の磁極だと引力がはたらきます. 磁極の間にはたらく磁気力の大きさ F は磁荷 q_m, q'_m の積に比例し, 磁極間の距離 r の 2 乗に反比例します.

$$F = k' \frac{q_m q'_m}{r^2}$$

磁極の強さ… 1 本の磁石では, N 極と S 極の強さは等しくなります.

磁気単極子… N 極または S 極だけの磁極です. 実験的に確認されておらず, 存在しないものとして電磁気学が構成されています. 最近の話ですが, 首都大学東京が作れることを理論的に示したらしいです

地球の磁極… 知っての通り, 地球は非常に大きな磁石です. ただし, 磁極の位置は方角と逆に, 北極側が S 極, 南極側が N 極です. 磁石の N 極を引きつけるのが北極なのであべこべになります. また, 地磁気の強さは時間とともに変化し, 数十万年に一度くらいの頻度で向きが反転します.

伏角… 地磁気の方向が水平から何度違うかを表す角度です. 北海道では約 58° , 九州南部では約 44° だそうです.

ダイナモ理論… ダイナモ感覚! ダイナモ感覚! YO! YO! YO! YEAH!

地球の磁場の原因は, 地球の外核に電流を流す発電機構 (ダイナモ) があるためだと考えられています. この理論をダイナモ理論といい, 何かしらの感覚と繋がることは多分ないと思います.

磁場… 磁石の N 極にはたらく力の強さと方向によって定義され, 記号 \vec{H} で表します. また, 工学的には磁界といいます.

磁力線… 電場という電気力線のようなものです. 磁石の作る磁場の磁力線は, N 極から出て S 極に入ります.

磁束密度… 電場という電束密度のことで, 記号 \vec{B} で表します. ただし, 応用物理で使用する教科書 [1] では, どちらも磁場と表記されます. それにならい, 本まとめも両方とも磁場と表記します. また, 単位はテスラで, 文字は [T] です.

磁場 \vec{H} と磁場 \vec{B} の違い… 真空中では同じで, 異なるのは物質中だけです. 前者は N 極が始点で S 極が終点ですが, 後者は始点も終点もない閉曲線です.

7.7 電流の作る磁場

電流の作る磁場… 電流が流れている長いまっすぐな導線に磁針を近づけると振れます。導線に電流が流れ続けている間振れ続けることから、電流はその周りに磁場を作ることがわかります。

直線電流の作る磁場… 直線電流は周りに円形の磁場を作ります。

右ねじの法則… 電流と磁場の向きの相関を表す法則で、直線電流の磁場の向きは、電流の向きに進む右ねじが回る方向、というものです。

磁場 \vec{B} の強さ… 磁場 \vec{B} の強さは電流 I の大きさに比例し、電流からの距離 r に反比例します。比例定数を $\frac{\mu_0}{2\pi}$ とすると、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

のように表されます。

磁気定数… 比例定数に出てくる μ_0 のことで、 $4\pi \times 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}/\text{A}]$ です。

ビオ - サバルの法則… 定常電流がその周りにつくる磁場 \vec{B} の強さは電流の強さ I に比例し、右ねじの法則に従うという法則です。ビオとサバルの2人が発見したため、このような名前になっています。

ビオ - サバルの法則

定常電流 I が流れている導線の微小部分 $\vec{\Delta s}$ が、そこから距離 r (位置ベクトル \vec{r}) の点 P に作る磁場 $\vec{\Delta B}$ は、大きさが

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta s \sin \theta}{4\pi r^2}$$

であり、方向は $\vec{\Delta s}$ と \vec{r} の両方に垂直で、向きは右ねじを $\vec{\Delta s}$ の方向から \vec{r} の方向に回した時にねじの進む方向である。

磁場の重ね合わせの原理… 磁場についても重ね合わせの原理が成り立ちます。定常電流が点 P に作る磁 \vec{B} は、各微小部が作る磁場 $\vec{\Delta B}$ を重ね合わせたものです。

円電流が円の中心に作る磁場… 短い部分に直線電流と同じような磁場を考えると、その重ね合わせで得られます。右ねじの法則の電流と磁場の方向を入れ替えたような相関になり、回転する電流の向きに右ねじを回す時、ねじが進む方向に磁力線が向きます。導出は省略しますが、円電流の半径を a として磁場 \vec{B} の強さを表すと以下ようになります。

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

ソレノイド… 絶縁した導線を密に円筒状に巻いたものです。

長いソレノイドを流れる電流による磁場… ソレノイドを流れる電流が作る磁場は、円電流の重ね合わせになります。そのため、両端に近いところを除けばソレノイドの軸に平行で、強さはどこでも同じです。円電流の重ね合わせなので、電流と磁場の向きの相関は同じになります。磁場は電流が強いほど強く、ソレノイドの巻き方が密なほど強く、ソレノイドの長さや断面積にはよりません。ソレノイドの単位長さ (1[m]) あたりの巻数を n とすると、磁場 \vec{B} の強さは次のようになります。

$$B = \mu_0 n I$$

ちなみに、無限に長いソレノイドの外側での磁場 \vec{B} はどこでも $\vec{0}$ です。

$$\vec{B} = \vec{0}$$

磁束 ... 電気力線束の磁場版です。磁場 \vec{B} の磁力線が平面 S を裏から表に通る本数のことで、

$$\Phi = BA \cos \theta = B_n A$$

と表します。 θ は、磁力線と S の法線ベクトル n がなす角です。磁束の単位はウェーバで、記号は [Wb] = [T·m²] です。

磁場 \vec{B} のガウスの法則 ... 導線を通る定常電流がビオ - サバールの法則に従って作る磁場 \vec{B} の磁力線は、始点も終点もない閉曲線です。例えば、無限に長い直線電流が作る磁場の磁力線は MENDES 円ですよね。したがって、任意の閉曲面 S の中に入る磁力線と外へ出る磁力線の数は同じ、つまり閉曲面から出ていく磁束 (磁力線の正味の本数) が 0 になる、という法則です。数式で表すと以下のようになります。

$$\iint_S B_n dA = 0$$

もし磁気単極子があれば、右辺は 0 ではなくなります。この式は磁気単極子が存在しないことを示す法則なのです。

7.8 電流に働く磁気力

モーターの動作原理…モーターは、「磁石の磁極間の磁場中にある導線を通して流れている電流には磁気力が作用する」という性質を利用しています。

電流が流れる導線に働く力…磁石の両極の間に磁場と垂直に導線を吊るして電流を流すと、導線は磁場と電流のどちらにも垂直な向きに振れます。また、電流の向きや磁場の向きを逆にすると、導線は逆方向に振れます。このように、電流も磁石(磁場)から力を受けます。

電流に働く磁気力の大きさ…導線に働く磁気力は、電流が磁場と垂直な時に最も大きく、平行なときには0になります。電流と磁場のなす角が θ の時、導線の長さ L の部分が受ける磁気力の大きさは以下のようになります。

$$F = IBL \sin \theta$$
$$F = IBL \quad (\theta = 90^\circ \text{ のとき})$$

テスラ [T] の定義…上の式を満たすように磁場 \vec{B} の単位テスラ [T] を定義します。1[T] は、磁場に垂直に流れる 1[A] の電流に 1[m] あたり 1[N] の力が働く時の磁場の強さです。つまり、[T] の単位は $[T] = [N/(A \cdot m)]$ と表せます。

フレミングの左手の法則…左手の親指・人差し指・中指を、他の2本に垂直な方向に向けると、それぞれ以下の向きに対応します。

- 親指: 力
- 人差し指: 磁場
- 中指: 電流

これをフレミングの左手の法則といい、向きを考える時に便利です。

コイルが受ける力…一様な磁場 \vec{B} の中で、磁場に垂直な軸 OO' のまわりに回転できる長方形のコイル ABCD を用意します。これに電流を流すと、フレミングの左手の法則から AB と CD にそれぞれ同じ大きさで向きが逆の力が働きます。これによってモーメントが発生し、コイルは回転します。コイルのつくる長方形の面積を A 、コイルの法線ベクトルと磁力線のなす角を θ とすると、モーメントは以下のように表せます。

$$N = IAB \sin \theta$$

ちなみに、これはコイルの形に関係なく、コイルの面積が A なら成り立ちます。

磁気モーメント…磁石の磁極の電荷を $q_m, -q_m$ とし、S 極を始点とし N 極を終点とするベクトルを \vec{d} とすると、

$$\vec{\mu}_m = q_m \vec{d}$$

を磁気モーメントといいます。

磁気モーメントと磁気力のモーメント…磁場の中に磁石を持ってくると、磁極には磁石の磁気モーメントを磁場の方向に回そうとする力が働きます。これらは大きさが等しく、向きが逆で、それぞれ $q_m \vec{B}$,

$-q_m \vec{B}$ と表されます。磁気モーメントと磁場のなす角を θ とすると、作用線の距離が $d \sin \theta$ の磁気力のモーメントを以下のように表せます。

$$N = (q_m B)(d \sin \theta) = \mu_m B \sin \theta$$

電流のループの磁気モーメント… 面積 A 、法線ベクトル \vec{n} の面の周りを電流 I が流れている 1 巻のコイルは、磁気モーメント

$$\vec{\mu}_m = IA\vec{n} \quad (\mu_m = IA)$$

をもつ棒磁石と同じ力のモーメントを磁場から受けます。アイエエエエ!!! ニンジャ!!! ニンジャナンデ!!!??
また、この式により磁気モーメントの単位は $[A \cdot m^2]$ ということが分かります。

直流モーター… 分割リング整流子という素子を使い、磁石の磁極の間のコイルが半回転する度にコイルの電流の向きを変えるようにすると、コイルは同じ方向に回転し続けます。これが直流モーターの原理です。また、コイルが 1 巻だと磁気力モーメントが安定しないため、多数を組み合わせて一定の角速度で回転するようにしています。

7.9 電流の間に働く力

電流の間に働く力… 導線は全体としては電荷を帯びていませんが、そこに流れる電流は周囲に磁場を作り、別の導線を流れる電流に力を及ぼします。

2 本の導線の間に働く力… 2 本の長い導線 a, b をまっすぐ平行に張り、同じ向きの電流 I_1, I_2 を流します。すると a は b の位置に磁場 \vec{B}_1 を作り、b を流れる電流 I_2 はこれから力を受けます。

この磁場から I_2 の長さ L の部分が受ける力 $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$ の大きさ $F_{2 \leftarrow 1}$ は、以下のように表されます。

$$F_{2 \leftarrow 1} = B_1 I_2 L = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \quad \left(\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} [N/A^2] \right)$$

色々省略しますが、 I_2 は I_1 の方向に向かう引力 $\vec{F}_{2 \leftarrow 1}$ を受けます。また、電流の向きが逆だと、引力ではなく反発力が働きます。

アンペアの定義… 国際単位系では、アンペアを以下のように定義します。

— 1[A] の定義 —

真空中で 1[m] 話して置いた強さの等しい 2 つの電流の間に働く力の大きさが、1[m] あたり $2 \times 10^{-7} [N]$ であるような電流

7.10 荷電粒子に働く磁気力

電子ビームの曲がる向き… 放電管の負極から正極に向かう電子ビームを挟むように磁石を近づけると、電子ビームの進路が曲がります。これは磁石の作る磁場が電子に力を及ぼしているためです。電子は運動方向と磁場のどちらにも垂直な方向を向いた力を受けています。磁気力の向きは、 $q\vec{v}$ を電流の向きと考えれば、フレミングの左手の法則と関連付けて覚えられます。

荷電粒子に働く磁気力の大きさ… 磁場 \vec{B} の中を \vec{B} と角度 θ をなす向きに運動する荷電粒子 (電荷 q , 速度 \vec{v}) に働く磁気力の大きさは、以下のように表されます。

$$F = qvB \sin \theta$$

$$F = qvB \quad (\theta = 90^\circ \text{ のとき})$$

$$F = 0 \quad (\theta = 0 \text{ のとき})$$

なお、磁場は止まっている電子には力を及ぼしません。

ローレンツ力… 磁場の他に電場 \vec{E} がある場合、荷電粒子には電気力 $q\vec{E}$ も働きます。これらの和がローレンツ力で、以下の式で表されます。

$$F = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

サイクロトロン運動… 一様な磁場の中を運動する荷電粒子に働く磁気力は、運動の方向に垂直なので仕事をしません。そのため、運動の向きは変わりますが、速度は変わらず、結果として等速円運動をします。

サイクロトロン運動の運動方程式… 円運動の半径を r , 速さを v とすると、向心加速度は $\frac{v^2}{r}$ です。質量 m , 電荷 q の荷電粒子が磁場 \vec{B} から受ける磁気力の大きさは qvB のため、運動方程式は以下のようになります。

$$m \frac{v^2}{r} = qvB$$

そのため、半径 r , 角速度 ω , 単位時間あたりの回転数 f , 周期 T は次のようになります。

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{qB}$$

サイクロトロン周波数… サイクロトロン運動の単位時間あたりの回転数 f のことです。

ホール効果… 導体中を移動する荷電粒子が磁場によって進行方向を曲げられる現象です。電場 \vec{E} と垂直に磁場 \vec{B} をかけると、荷電粒子が曲がって側面に集まり、電荷保存則によって反対側の側面に逆符号の電荷が現れます。この集まった電荷による電場の向きを調べることで、導体内部で移動している荷電粒子の電荷の符号が分かります。

7.11 磁性体がある場合の磁場

磁化… 物質が磁石的な性質をもつことで、全ての物質は強弱の差こそあれど磁場の中で磁化します。

磁性体… 磁気的な性質に着目した時の物質の呼び方です。

ボーア磁子… 電子がスピンという自転的運動によってもつ固有の磁気モーメントのことです。

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} [\text{A} \cdot \text{m}^2]$$

m は電子の質量, h はプランク定数といい, $6.63 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$ です。

磁化 \vec{M} … 物体を磁場の中に置くと、原子の磁気モーメントの向きが揃って磁場の方向を向くため、巨視的な大きさの磁気モーメントをもち、磁化します。このとき、単位体積中の原子の磁気モーメントのベクトル和を物質の磁化 \vec{M} と定義します。

$$\vec{M} = \sum_{j(\text{単位体積})} \vec{m}_j$$

また、磁化の単位は $[\text{A} \cdot \text{m}^2 / \text{m}^3] = [\text{A}/\text{m}]$ です。

磁化と分極磁荷… 磁化 \vec{M} の磁性体の磁化に垂直な表面には、面密度 $\sigma_m = M, -M$ の分極磁荷が現れます。

磁場を作る電流の種類… 磁場 \vec{B} をつくる電流 I には、

- 導線や放電管の中を流れる伝導電流 I_0
- ミクロな電流 I_m

の 2 種類があります。

電流による磁場の違い… 先述の違いがあるため、磁場 \vec{B} は I_0 の作る $\vec{B}^{(c)}$ と I_m の作る $\vec{B}^{(m)}$ の和として考えます。

I_m が作る磁場は主に磁化 \vec{M} や分極磁荷 $q_m, -q_m$ として現れます。

磁場 \vec{H} … $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ と定義され、主に I_0 が作る磁場を表します。正確にいうとこれも I_m による磁場を含みます。

$\vec{H}^{(c)}$ と $\vec{B}^{(c)}$ の対応… I_0 による部分 $\vec{H}^{(c)}$ を考えると、

$$\Delta H^{(c)} = \frac{I_0 \Delta s \sin \theta}{4\pi r^2}$$

に従って I_0 が作る磁場で、これを $\mu_0 I$ に置き換えると \vec{B} の計算式になります。そのため、2 つの関係は $\vec{H}^{(c)} = \frac{\vec{B}^{(c)}}{\mu_0}$ と表されます。

$\vec{H}^{(m)}$ と $\vec{B}^{(m)}$ の対応… 磁性体の分極磁荷 q_m がクーロンの法則にしたがって作る磁場で、2 つの関係は $\vec{B}^{(m)} = \mu_0 \vec{H}^{(m)} + \mu_0 \vec{M}$ と表されます。また、磁石内部での $\vec{B}^{(m)}$ と $\vec{H}^{(m)}$ は向きが逆です。磁石の外では $\vec{M} = \vec{0}$ のため、 μ_0 以外は同じになります。

磁化率... 磁場 \vec{H} と磁化 \vec{M} の比例定数です。磁化 \vec{M} は磁化を引き起こした磁場に比例します。そこで、次元が同じ \vec{M} と \vec{H} の比例関係を

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m を磁化率または磁気感受率といいます。これは無次元量です。

透磁率... 磁場 \vec{B} と磁場 \vec{H} の比例定数です。磁化率を使うと、 \vec{B} は以下のように表せます。

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H}$$

ここで、**比透磁率** $\mu_r = 1 + \chi_m$ と定義すると、

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

となります。このとき、 $\mu = \mu_0\mu_r$ が透磁率です。

内部が満たされた無限長のソレノイドの磁場... 両端の分極磁荷が遠いため、 $\vec{H}^{(m)}$ が無視でき、 $\vec{H}^{(c)} = \vec{H}$ が計算できます。空芯の無限に長いソレノイドでは、 $B = \mu_0 nI$ 、外部では $B = 0$ のため、

$$H = nI \quad (\text{ソレノイドの内部})$$

$$H = 0 \quad (\text{ソレノイドの外部})$$

です。内部を満たす誘電体の比透磁率を μ_r とすると、

$$B = \mu_r\mu_0 nI \quad (\text{ソレノイドの内部})$$

$$B = 0 \quad (\text{ソレノイドの外部})$$

となります。そのため、長いソレノイドの内部の磁場 \vec{B} は内部が真空の場合の μ_r 倍になります。

7.12 反磁性体, 常磁性体, 強磁性体

反磁性体… 磁場の中で誘起される磁化 \vec{M} が磁場と逆向きで, 大きさが小さい物質のことです. 式で表すと, $\chi_m < 0$ で, $0 < |\chi_m| \ll 1$ となります. 磁場がかかっているときは磁気モーメントを持ちませんが, 磁場をかけると逆向きに磁化します.

常磁性体… 磁場の中で誘起される \vec{M} が磁場と同じ向きで, 大きさが小さい物質のことです. 式で表すと $\chi_m > 0$ で, $0 < |\chi_m| \ll 1$ となります. 磁場がかかっていると原子の磁気モーメントはばらばらな方向を向いていますが, 磁場をかけるとその一部が磁場の向きに揃って磁化します.

強磁性体… 磁石に強く惹きつけられ, 永久磁石になり得ます. 磁場のないところでも磁気モーメントが自発的に同じ方向を向きますが, 実際はいくつかの異なる磁性が強い区域に分かれます. 各区域内では原子の磁気モーメントが一定の方向を向いていますが, 全体としては磁化が 0 に近いことが多いです.

磁区… 強磁性体の磁性の強い区域のことで, およそ $10^{-2} \sim 10^{-6}$ [cm] 程度の大きさです. 強磁性体の内部エネルギーを低くするためにできます.

磁壁… 磁区の境界です. これによって内部エネルギーが高くなるものの, 全体としての内部エネルギーは磁区を作って磁力線が外に出ないほうが低くなります.

磁場の中の強磁性体… 磁場の方向に磁化していた磁区が成長し, それと同時に磁区の磁化の方向が磁場の方向を向くように回転します. 結果として, 強磁性体の磁化の大きさ M は磁場の強さ H と共に増大します.

磁化の飽和… H が非常に大きくなり, 磁化が増加しなくなる状態です. 全ての原子の磁気モーメントが磁場の方向を向いても, 有限の磁化 M_S しか得られません. そのため, H が非常に大きくなると磁化は増加しなくなります.

残留磁化… 飽和状態まで磁化した後に磁場の強さ H を弱めると, 磁化 M は減少していきます. ただし, $H = 0$ になっても M は 0 にならず, ある大きさの磁化 M_r が残ります. これが残留磁化で, 永久磁石はこれを利用しています.

保磁力… 磁場の向きを逆にしてもある程度磁化は残り, $H = -H_C$ の時に初めて $M = 0$ になります. この H_C を保磁力といいます. そのまま逆向きの磁場を強くしていくと, 逆向きの磁化が飽和します.

磁化曲線… 強磁性体の磁化 M と磁場 H の関係を表す曲線のことで, **ヒステリシス (履歴) ループ**とも言います.

磁気ヒステリシス… 磁化の強さ M が過去の磁化に関係することです.

ヒステリシス損失… 変圧器では鉄心が周期的に磁化しますが, 磁化曲線が囲む面積の μ_0 倍を単位体積あたり・1 周期ごとに熱として失います. これがヒステリシス損失で, 磁場の最大値を小さくすると減らすことができます.

キュリー温度… 飽和状態での磁化 M_S は温度の関数ですが, $M_S = 0$ になる温度のことをキュリー温度といいます. 磁性体はこれ以上の温度だと強磁性がなくなり, 常磁性を示します.

硬磁性材料… 磁場をかけてもなかなか磁化されず, 磁場を取り除いても残留磁化が大きな強磁性体です. 一言で言うと磁化が変化しにくい強磁性体で, 永久磁石を作るのに適しています.

軟磁性材料… わずかな磁場で大きな磁化を示し, 残留磁化も保磁力も小さな強磁性体です. 一言で言うと磁化が変化しやすい強磁性体で, 変圧器やチョークコイルの心などに用いられます.

半硬磁性材料… 保磁力がある程度の大きさを持ち、磁化曲線が角ばっている材料です。記憶材料ともいい、磁気テープや磁気ディスクを作るのに適しています。

参考文献

- [1] 基礎物理学