-応用物理-
-前記期末-

目 次

3　力と運動 **2**
3.5　剛体の回転運動 2

4　波動 **4**
4.1　波の性質 4
4.2　音波 7
4.3　光波 9

5　熱 **11**
5.1　熱と温度 11
5.2　熱の移動 12
5.3　気体の分子運動論 13
5.4　熱力学の第 1 法則 14
5.5　熱力学の第 2 法則 15
5.6　熱機関の効率とカルノーサイクル 16

3　力と運動

3.5　剛体の回転運動

慣性モーメント $\cdots$ 長さが l の固定された棒に質量 m のおもりをつけて角速度 ω で回転させるとき，角運動量 $L = ml^2\omega$ です．この時，$I = ml^2$ とおくと，

$$L = I\omega$$

と表せます．この時の I を慣性モーメントといい，これを使うと運動エネルギーを

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

と表せます．

固定軸のある剛体の運動と慣性モーメント $\cdots$ 質点だけでなく，固定軸のある剛体の回転運動でも慣性モーメントが使えます．剛体の場合は重心と同様に小さく分割して考え，その総和で慣性モーメントを表します．角運動量と運動エネルギーは以下のように表されます．

$$L = (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + \cdots)\omega = \sum_{i=1}^{n} m_i l_i^2 \omega$$

$$K = \frac{1}{2}(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + \cdots)\omega^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i l_i^2 \omega^2$$

この場合，慣性モーメントは以下のように表されます．

$$I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + \cdots = \sum_{i=1}^{n} m_i l_i^2$$

慣性モーメントを使った角運動量や運動エネルギーの表し方は，先ほどと同様です．

固定軸の周りの剛体の回転運動の法則 $\cdots$ 分割した i 番目の部分の回転法則は，

$$\frac{dL_i}{dt} = N_i$$

です．これは i 番目の部分に作用する力のモーメントです．これを剛体全体で考えると，

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d(L_1 + L_2 + \cdots)}{dt} = N_1 + N_2 + \cdots = N$$

となります．$L = I\omega$ のため，上の式は以下のように変形できます．

$$\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = N$$

角加速度 $\cdots$ 上の式の $\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ のことで，文字 α で表します．

固定軸の周りの剛体の回転運動と x 軸に沿っての直線運動との対応 $\cdots$ それぞれの運動方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F \quad (ma = F)$$
$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = N \quad (I\alpha = N)$$

を比較すると, 以下のような対応関係があります.

慣性モーメント I	質量 m
角位置 θ	位置座標 x
力のモーメント N	力 F
角速度 ω	速度 v
角加速度 α	加速度 a
角運動量 $L = I\omega$	運動量 $p = mv$
運動エネルギー $K = \frac{1}{2}I\omega^2$	運動エネルギー $K = \frac{1}{2}mv^2$
仕事 $W = N\theta$	仕事 $W = Fx$
仕事率 $P = N\omega$	仕事率 $P = Fv$

剛体の平面運動 $\cdots$ 剛体の全ての点が一定の平面に平行に動く運動のことで, 円柱が平らな斜面を転がる運動などがその例です. xy 平面だと, 剛体の位置を決めるには, 重心 G の座標 X, Y の他, xy 平面にある剛体のもう 1 つの点 P が必要です. これは有向線分 GP と x 軸との角 θ から決められるため, 剛体の平面運動を調べるには重心の座標と回転角の従う運動法則が必要です.
重心 G の従う運動方程式は以下のとおりで,

$$MA_x = M\frac{d^2X}{dt} = F_x, \quad MA_y = M\frac{d^2Y}{dt} = F_y$$

重心を通り z 軸に平行な直線の周りの回転運動の運動方程式は, 以下のとおりです.

$$I_G\alpha = I_G\frac{d\omega}{dt} = I_G\frac{d^2\theta}{dt^2} = N$$

ここで, I_G は直線の周りにおける剛体の慣性モーメント, N は剛体に作用する力のこの直線の周りにおける剛体の慣性モーメント, α は重心の周りにおける剛体の回転の角速度です. 上の式は重心が移動していても成り立ちます.

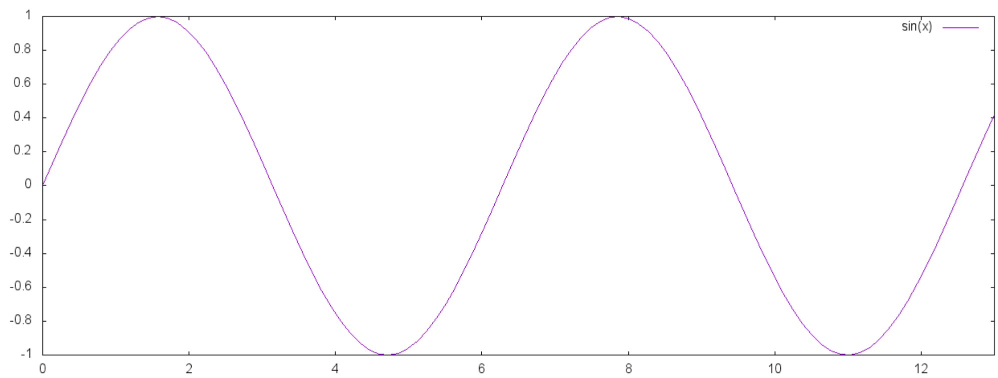
4 波動

4.1 波の性質

波動 ··· 波です．波導ではありません．導いてくれる伝説ポケモン面した某ルカリオはいません．教科書的な定義としては，
連続する物体の 1 箇所に生じた振動がその周囲に振動を引き起こし，次々と隣の部分に伝わっていく現象を波動といいます．身近な例では，音や光などが波動です．

媒質 ··· 水や空気のように，波を伝える性質があるものです．

横波 ··· 波の振動方向と進行方向が垂直なものです．例えば下図の正弦波の場合，振動方向は上下，進行方向は右です．



縦波 ··· 振動方向と進行方向が同じ波で，例としては音やバネの往復運動による振動などが挙げられます．縦波は媒質がまばらな部分 (疎) と詰まった部分 (密) があるため，疎密波ともいいます．

横波と縦波の媒質の違い ··· 横波は横の力が加わった時に復元できる力が必要なため，固体の中しか伝わりません．一方，縦波は圧縮と膨張のみで伝えられるため，固体だけでなく液体や気体の中も伝わります．

縦波の表し方 ··· 教科書には「変位を 90° 回転させる」と書いてあります．要するに

- 進行方向にずれている場合は正の変位
- その逆にずれている場合は負の変位

とすると横波っぽく表せる，という話です．

波形 ··· 読んで字のごとく波の形です．正確には媒質の変位を繋いだ曲線のことで，高いところを山，低いところを谷といいます．また，媒質の変位の最大値を振幅といいます．

~~バルス~~パルス ··· 波形が山または谷 1 つだけの波です．滅びの呪文ではありません．

周波数 ··· 振動数ともいい，波が 1 秒あたりに振動する回数を表します．文字では f で表されることが多く，単位は [Hz] です．

周期 ··· 波が 1 回の振動にかける時間を表します．文字では T で表わされることが多く，単位は [s] です．また，周波数と周期は逆数の関係にあります．

$$T = \frac{1}{f} \qquad f = \frac{1}{T}$$

波長 · · · 波の 1 周期の距離で, 山から山, 谷から谷, 山と谷 1 組ずつの距離にあたります. 文字では λ で表わされることが多いです.

波の速さ · · · 波が 1 秒間に進む距離で, 波長と周波数の積で表せます. 文字では v で表わされることが多いです.

正弦波の式 · · · 振幅 A, 周期 T, 波長 λ の正弦波があったとき, 時刻 t での位置 x の変位は以下のように表せます.

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

位相 · · · 上の式で sin の中身にあたる部分です. 今の状態が周期のどこにあるかを表します. また, 2 つの波の動きが完全に一致するとき同位相, まったく逆になるとき逆位相といいます. $\sin x$ は周期 2π の関数のため, 位相が 2π の整数倍違う場合は同位相, $(2n+1)\pi$ 違う場合は逆位相になります.

媒質に応じた波の速さ · · · 波が媒質を伝わる速さは, 媒質の密度と復元力で決まります. 一般に, <u>復元力が強いほど速く, 密度が大きいほど遅い</u> です. 例えば, 張力 S で線密度 μ だと, 波の速さは

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

で表されます. また, 弾性体 (弾性のある物体) 中では縦波が横波より速く伝わります.

波の重ね合わせの原理 · · · 1 箇所に 2 つの波が同時に来た時, その場所では 2 つの波の変位を加え合わせたものになります. 例えば山と山が重なるところではより大きな変位になり, 山と谷が重なるところでは変位が打ち消され, 全く動かなくなることもあります. また, 波が強め合ったり弱め合ったりすることを <u>波の干渉</u> といいます.

波面 · · · 波の位相が同じ点をつないでできた線や面のことです. 例えば Wi-Fi のマークみたいなアレも波面です.

波の回折 · · · 波が物体の隙間を通り抜けて裏に回り込む現象のことです. 波長が障害物や隙間の大きさと同程度のときにより顕著で, 波長が短いと目立たないという特徴があります. また, あらゆる波で起こる現象です.

屈折の法則 · · · 波が 2 種類の媒質の境界面を通るとき, 進行方向が少し屈折します. 屈折した波を屈折波, 屈折波の進行方向と境界面の法線がなす角を屈折角といいます.

屈折率 · · · 入射角 θ_1 と 屈折角 θ_2 のサインの比で, 速さの比とも一致します.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1 \to 2}$$

この値は角度や速さによらず一定で, 2 つの媒質の種類のみで決まります.

反射の法則 · · · 境界面に当たる波を入射波, 境界面で反射した波を反射波といいます. また, それぞれが境界面の法線となす角を入射角と反射角といい, 両者は同じになります. それだけでなく, 振動数, 波長, 速さも変わりません.

境界面による反射波の変化 $\cdots$ 境界面で固定されている固定端, 固定されておらず自由に振動できる自由端の場合, 振幅は変化しません.

固定端での反射 $\cdots$ 変位と進行方向が逆向きの反射波ができます. 境界面を超えて進む仮想的な波を点対称に移した波です.

自由端での反射 $\cdots$ 進行方向のみ逆向きの反射波ができます. 境界面を超えて進む仮想的な波を, こちらは境界面に対称に移した波です.

定在波 $\cdots$ 波長 λ, 周期 T の正弦波が固定端や自由端で反射されると, 一定の時間を超えたあたりで波が動かなくなっていきます. 下図がそうで, これが定在波です. 正確には同じ所で振動して動かない波のことを指し, 進んでいく波は進行波と呼ばれます.

定在波は一定の振幅で振動し, 大きくなるところを腹, 全く動かない (振幅が 0) の部分を節といい, 自由端は腹, 固定端は節が来るという性質があります. 下図では左が固定端, 右が自由端です.

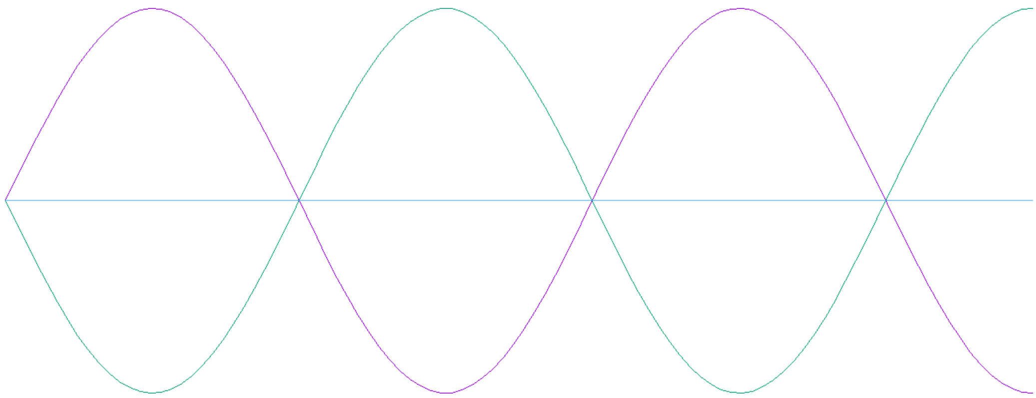


図 1: 定在波

弦の固有振動 $\cdots$ 両方が固定端の弦に生じる定在波の振動のことです. 腹の数が 1 個の場合は基本振動, それより多いものは n 倍振動といいます. 例えば, 腹が 3 個の場合は 3 倍振動です. 弦の長さが L で腹が n 個ある定在波の波長は, 以下の式で表されます.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

これと波の速さの公式を使うと, 振動数 f は以下の式で表せます.

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{S}{\mu}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

4.2 音波

音の 3 要素 ··· 音の高さ, 強さ, 音色のことです.

音の高さ ··· 振動数が大きな音を高い音, 小さな音を低い音といいます. 人間が聞くことのできる音 (可聴音) はだいたい 20[Hz] ∼ 20[kHz] の範囲で, 1 オクターブ高い音は振動数が倍です.
また, 可聴音より高い音を超音波といいます.

音の強さ ··· 音波の進行方向に垂直な面を通るエネルギー量のことで, 要するにボリュームです. 振動の振幅の 2 乗, 振動数の 2 乗に比例します.

音色 ··· 音の波形によって決まるものです. 倍音がどう混じるかの違いによって変わってきます.

音速 ··· 空気中の音の速さは, 気温によって変わります.

$$V = (331.45 + 0.607t)[\mathrm{m/s}]$$

例えば気温 14°C だとだいたい 340[m/s] です. また, 液体や固体は気体よりも速く音を伝えます.

気柱の振動 ··· 管の中に入っている空気の柱 (気柱) が振動するとき, 管に特有の音が出ます. これは気柱に定在波ができるためで, 気柱の固有振動がおきています.

閉管の場合 ··· 閉管とは一方の端が閉じている管のことで, 波長と振動数は以下のようになります.

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}, \quad f_n = \frac{(2n-1)V}{4L} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

開管の場合 ··· 開管とは両方の端が開いている管のことで, 波長と振動数は以下のようになります.

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad f_n = \frac{nV}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

うなり ··· 振動数が近い 2 つの音が干渉しあって合成音ができるとき, 強さが大小するために起こる現象です. うなりの回数 F は以下の式で表されます.

$$F = |f_1 - f_2|$$

ちなみに, 英語だと beat です.

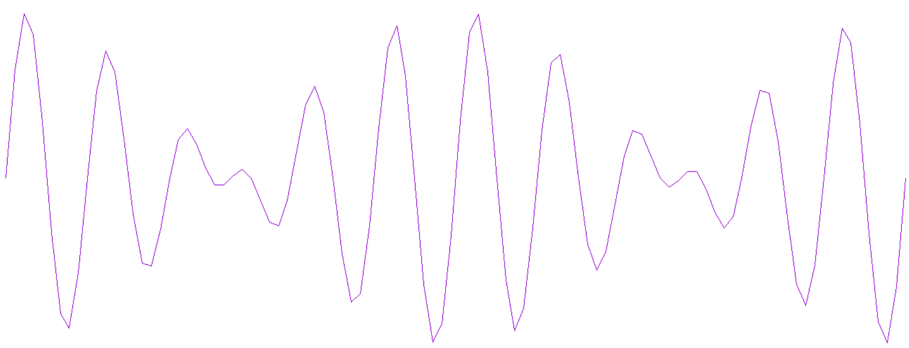


図 2: うなり

ドップラー効果 $\cdots$ 119 すると聞けます (よいこのみんなはマネしないでね！).
音源と観測者の片方または両方が動いている時, 実際の音と違う高さで聞こえる現象です. 観測者に聞こえる音の振動数 f_L は, 音速を V, 本来の振動数を f_s, 音源が近づく速さを v_s, 観測者が近づく速さを v_L とすると以下の式で表せます. どちらかが止まっているときは速さを 0 に, 遠ざかっているときは符号を逆にしてください.

$$f_L = \frac{V + v_L}{V - v_s} f_s$$

4.3　光波

光速 $\cdots$ だいたい 30 万 [km/s] です．時速じゃなくて秒速です．文字では c で表されます．

$$c = 2.997922458 \times 10^8 [\mathrm{m/s}]$$

光の屈折 $\cdots$ 光が真空からある物質の中に入る時の相対的な屈折率を, その物質の屈折率といいます．屈折率 n の物質中における光の速さは, 以下の式で表されます．

$$c_n = \frac{c}{n}$$

また, 屈折率 n_1 の物質から屈折率 n_2 の物質中に入る時, 以下の式が成り立ちます．左辺と右辺で分子と分母の添字が違うのに注意してください．

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

入射光が境界面と垂直に反射する $(\theta_1 = 0)$ とき, 反射率 R は以下の式で表されます．

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$$

全反射 $\cdots$ $n_1 > n_2$ のとき, 屈折角が 90° になる入射角 (臨界角) を超えると, 光が全部反射します．臨界角 θ_c は以下の式で表されます．

$$\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

これは分母の $\sin\theta_2$ が 1 になるためです．

光の分散 $\cdots$ ガラスや水の屈折率は波長によってわずかに違い, それによって屈折で色々な波長の光に別れる現象のことです．これによって生じる模様をスペクトルといいます．

スリットに寄る回折 $\cdots$ 光の波長は非常に短いのですが, 幅 0.01[mm] ほどの細かいスリットに通すと回折するのが確認できます．スリットの幅を D とすると, 回折による角度の広がりは $\dfrac{\lambda}{D}$ で, 幅が小さくなるほど回折が大きくなります．

また, スリットの両端への距離の差が波長の整数倍になる角度 θ では, 光の強さが 0 となり暗くなります．

$$D\sin\theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

回折格子 $\cdots$ いろいろな波長が混ざった光を単色光に分解する装置です．ガラス板の片面に 1cm あたり 500〜10000 本の割合で等間隔に多数の平行な溝を刻んだもので, 溝と溝の間の部分がスリットのはたらきをします．

波長が λ の平行な光を格子の間隔が d で格子数 N のガラス面に垂直に入射させるとき, 透過した光の進行方向と格子面の法線のなす角 θ が

$$d\sin\theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

を満たすとき, 全てのスリットから到達する光の位相が一致し, スリットが 1 本の時の N 倍の振幅になります. そのため, 光の強さは N^2 倍になり, 極めて明るくなります. 格子全体を通過する光の強さは格子数に比例するため, 明るい線の幅は反比例して狭くなります $(\dfrac{N}{N^2} = \dfrac{1}{N})$. 角 θ がずれると打ち消し合って光が弱まるためです.
この声質を利用することで, 光を分解することができます.

5　熱

5.1　熱と温度

熱平衡 $\cdots$ 接触している 2 つの物体の温度が同じになり, 熱の移動が止まった状態です.

熱力学の第 0 法則 $\cdots$ A と B が熱平衡で B と C が熱平衡のとき, A と C を接触させると熱平衡になる, という法則です.

セルシウス温度目盛 $\cdots$ セルシウス温度ともいい, 水の凝固点を 0°C, 沸点を 100°C としてその間を 100 等分した温度目盛です.

ケルビン $\cdots$ 絶対零度 (温度の下限) を 0 とした温度で, 間隔はセルシウス温度目盛と同じです. 絶対温度とも呼ばれ, セ氏温度に 273.15 を足すと絶対温度になります.

熱と分子運動 $\cdots$ 熱はエネルギーの 1 つです. 分子の熱運動のエネルギーの大小で決まり, 熱いものほど激しく運動しており, 冷たいものほど運動していないことになります.

内部エネルギー $\cdots$ 分子の熱運動の運動エネルギーと分子間力の位置エネルギーの総和のことです.

熱 $\cdots$ 高温の物体から低温の物体, または高温の部分から低音の部分に移動する, 分子運動のエネルギーです.

熱の単位 $\cdots$ ジュール [J], もしくはカロリー [cal] が使われます. 1[cal] は 1 気圧で 1[g] の水を 1° 上げるのに必要な熱量です. ちなみに, 1[cal] $\fallingdotseq$ 4.2[J], 1[J] $\fallingdotseq$ 0.24[cal] です.

熱容量 $\cdots$ 物体の温度を 1[K] 上げるのに必要な熱量のことで, 熱量 ΔQ を与えた時に温度が ΔT 上がった時の熱容量 C は, 以下の式で表されます.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

比熱容量 $\cdots$ 一定量 (主に 1[g]) の物質の熱容量で, 熱容量を物質の質量 m で割った値です.

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$$

また, 質量 m で比熱容量 c の物質の熱容量は, 以下の式で表されます.

$$C = cm$$

モル熱容量 $\cdots$ 1[mol] あたりの熱容量で, 同じ物質でも温度によって異なります.

融点 $\cdots$ 物質が固体から液体になる温度です.

融解熱 $\cdots$ 固体が液化するときに吸収する熱のことです. 液体が固化するときには融解熱と同じ量の熱を放出します.

沸点 $\cdots$ 物質が液体から期待になる温度です.

気化熱 $\cdots$ 液体が気化するときに吸収する熱のことです. 気体が液化するときには気化熱と同じ量の熱を放出します.

気化冷凍法 $\cdots$ ピッキィ〜ン

転移熱 $\cdots$ 物質の相が変化するときに吸収, 放出される熱のことです.

5.2　熱の移動

熱の移動 $\cdots$ 熱伝導, 対流, 熱放射の 3 つに大別されます.

熱伝導 $\cdots$ 熱が分子間力の作用で次々に隣の分子へ伝えられていくのが熱伝導です. 電子が移動しやすい金属では, 一般に熱伝導が大きくなります. 温度がそれぞれ T_H と T_L $(T_H < T_L)$ の 2 つの物体を, 長さ L, 断面積 A の棒で結ぶと, 時間 t に移動する熱量 Q は, 以下の式で表せます.

$$Q = kA\frac{T_H - T_L}{L}t$$

k は熱伝導率といわれる比例定数です.

対流 $\cdots$ 高温部と低温部では密度が異なり, それによって生じる流体の運動のことです.

熱放射 $\cdots$ 高温の物体から光などの電磁波が放射され, それが空間を伝わり低温の物体にあたって吸収されることによる熱の移動です.

温度による放射光の違い $\cdots$ 高温の物体は光を放出します. これは温度が上がるほど波長の短いものになっていき, 赤外線 $\rightarrow$ 可視光 $\rightarrow$ 紫外線のように変化します. ただし, 別の波長の光も少しですが放射されています.

プランクの法則 $\cdots$ 物体の絶対温度と光の波長の関係を表す法則です. これは電磁波を完全に吸収する舞台からの放射のみに成り立つ法則で, 黒体放射の法則ともいいます.

ウィーンの変位則 $\cdots$ 各温度でどの波長の光が一番強く放射されるかを表す法則です.

$$\lambda_{max}T = 0.201\frac{hc}{k_B} = 2.90 \times 10^{-3}[m \cdot K]$$

ここで, T は物体の絶対温度, h はプランク定数, c は光速, k_B はボルツマン定数です.

シュテファン ＝ ボルツマンの法則 $\cdots$ 物体の表面 1[m^2] が 1 秒間に放射する電磁波のエネルギーは, 絶対温度の 4 乗に比例する, という法則です. この法則を使って, 宇宙の温度が 3[K] であることが確かめられました.

5.3 気体の分子運動論

ボイルの法則 $\cdots$ 気体の温度が一定のとき, 体積は圧力に反比例する, という法則です. 温度を T, 体積を V, 圧力を p とすると, 以下のように表せます.

$$pV = \text{一定} \quad (T \text{ が一定の場合})$$

シャルルの法則 $\cdots$ 気体の圧力が一定の時, 体積は絶対温度に比例する, という法則です. 気体のセ氏温度を T_c とすると, 以下のように表せます.

$$V \propto T = T_c + 273.15 \quad (p \text{ が一定の場合})$$

ちなみに $\propto$ は比例関係を示す記号で, ∞ の書きかけではありません.

アボガドロの法則 $\cdots$ 温度, 圧力, 体積が同じ希薄気体の中には, 常に同じ数の分子が含まれる, という法則です.

アボガドロ定数 $\cdots$ 1[mol] の個数です. 記号 N_A で表され, 6.022×10^{23} です. 1 気圧, 0°C, 22.4[L] の気体には, 1[mol] の分子が含まれています.

分子量 $\cdots$ 1[mol] の物質の質量をグラムで表した数値です. 例えば酸素の分子量は 32 です.

理想気体の状態方程式 $\cdots$ 化学とか応用じゃない物理でやったアレです.

$$pV = nRT$$

n はモル数, R は気体定数です. 気体定数は気体の種類によらず一定で, 8.31[J/(K·mol)] です.

気体の圧力 $\cdots$ 気体の圧力の原因は, 気体分子が壁に衝突する衝撃です. これは分子の運動量 mv に比例し, 1 秒間あたりの衝突回数は速さと個数に比例します. 式としては以下のように表されます.

$$pV = \frac{1}{3}nN_A m \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{2}{3}nN_A \frac{1}{2}m \left\langle v^2 \right\rangle$$

$\left\langle v^2 \right\rangle$ は分子の速さの 2 乗の平均値です.

ボルツマン定数 $\cdots$ 気体定数をアボガドロ定数で割った値です. 記号 k または k_B で表され, 1.38×10^{-23} [J/K] です. 気体分子の運動エネルギーをボルツマン定数で表すと以下のようになります.

$$\frac{1}{2}m \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{3}{2}kT$$

気体の内部エネルギー $\cdots$ 気体分子は互いに離れていて分子間力の位置エネルギーは無視できます. そのため, 分子の熱運動による運動エネルギーのみを考えればいいです. 単原子分子の気体 (He, Ne, Ar など) は, 平均運動エネルギーと分子数の積で求められます. 同様に, 2 原子分子気体や 3 原子分子気体も求められます.

$$U = nN_A \frac{1}{2}m \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{単原子分子気体})$$
$$U \fallingdotseq \frac{5}{2}nRT \quad (2\text{ 原子分子気体})$$
$$U \gtrsim 3nRT \quad (3\text{ 原子分子気体})$$

複数の原子で分子が構成される気体では, 分子の回転運動のエネルギーも無視できません. そのため, 単原子分子気体よりも大きな内部エネルギーになります.

5.4　熱力学の第 1 法則

熱力学 ··· 物質の熱に関する性質をいくつかの法則にまとめ, 具体的た問題を扱う学問です.

熱力学の第 1 法則 ··· 物体ののエネルギーの変化は, 外部から加えられた熱量と仕事の和に等しいという法則です. 物体が外部と熱をやり取りしたり, 力を作用しあっている場合のエネルギー保存則にあたります. 式に表すと以下のようになります.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W_{物\leftarrow外}$$

永久機関 ··· エネルギーを供給しなくてもずっと仕事を続ける装置のことです. 昔から多くの人達がこれを作ろうと努力してきましたが, ことごとく失敗に終わっています. 同じサイクルを繰り返す熱機関が 1 サイクルの運転をしたとき, 状態が元に戻るため $U_{前} = U_{後}$ になります. つまり $\Delta U = 0 \Leftrightarrow \Delta Q = -\Delta W_{物\leftarrow外} = \Delta W_{外\leftarrow物}$ となります. この機関に熱を加えなければ外部に仕事をしないため, 永久機関は作れないのです.

いろいろな変化 ··· 物体と外部の作用の仕方にはいろいろな形があります.

- 定圧変化 ··· 物体の圧力が一定な状態で起こる, 温度と体積の変化です. 気体の体積が V_f から V_i まで変わるとき, 熱力学の第 1 法則は以下のように表されます.

$$\Delta U = Q - p(V_f - V_i)$$

- 定積変化 ··· 物体の体積が一定な状態で起こる, 温度と圧力の変化です. 熱力学の第 1 法則は以下のように表されます.

$$\Delta U = \Delta Q$$

- 等温変化 ··· 温度を一定に保ちながら起こる, 体積と圧力の変化です. 内部エネルギーは変化しないため, 熱力学の第 1 法則は以下のように表されます.

$$\Delta W_{物\leftarrow外} = \Delta Q$$

- 断熱変化 ··· $\Delta Q = 0$ のときの物体の変化です. 熱力学の第 1 法則は以下のように表されます.

$$\Delta U = \Delta W_{物\leftarrow外}$$

  また, 理想気体の断熱変化では次の関係が成り立ちます.

$$pV^{\gamma} = 一定, \quad TV^{\gamma-1} = 一定, \quad \frac{T^{\gamma}}{p^{\gamma-1}} = 一定$$

  γ は, 後述する定圧モル熱容量 C_p と定積モル熱容量 C_v の比 $\dfrac{C_p}{C_v}$ です.

定積モル熱容量 $\cdots$ 1[mol] の気体を, 体積を一定に保ちながら加熱した時の熱容量です.

$$C_v = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_{\text{定積}} = \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

単原子分子気体の定積モル熱容量 $\cdots$ 単原子分子気体では, 温度が ΔT 上がった時のエネルギー増加量は $\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T$ です. そのため, 定積モル熱容量は以下のように表せます.

$$C_v = \frac{3}{2}R = 12.5[\mathrm{J/(K \cdot mol)}] \quad (\text{単原子分子気体})$$

同様にして, 2 原子分子気体や 3 原子分子気体の定積モル熱容量も求めることができます.

定圧モル熱容量 $\cdots$ 1[mol] の気体を, 今度は圧力を一定に保ちながら加熱した時の熱容量です.

$$C_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_{\text{定圧}} = \frac{\Delta U}{\Delta T} + p\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

定積モル熱容量と定圧モル熱容量の関係 $\cdots$ 状態方程式が $pV = RT$ のため, 圧力が一定なときは温度上昇 ΔT と体積増加 ΔV の間に以下の式が成り立ちます.

$$p\Delta V = R\Delta T \Leftrightarrow p\frac{\Delta V}{\Delta T} = R$$

また, C_v と C_p を比較することで, 次の関係が導かれます.

$$C_p = C_v + R$$

5.5 熱力学の第 2 法則

不可逆過程 $\cdots$ 逆向きの過程が自然に怒らない過程のことです. 例としては摩擦によって熱が発生する過程が挙げられます.

熱力学の第 2 法則 $\cdots$ 不可逆な状態変化の向きを示す法則です. 以下の 2 つの表現があります.

- クラウジウスの原理 $\cdots$ 高温の物体から低温の物体へ熱が移動する過程は, ほかに何の変化も残らない場合には不可逆過程である.
- トムソンの原理 $\cdots$ 摩擦に酔って熱が発生する過程は不可逆過程である.

片方からもう片方が導けるため, 実質的には同じものです.

エントロピー $\cdots$ 物質を構成する分子や原子の乱雑さと結びついた量で, 乱雑になればなるほど大きくなります.

エントロピー増大の原理 $\cdots$ 孤立した系のエントロピーは増大する, という原理です. これは, 分子や原子の運動がなるべく乱雑になるような方向に一方的に進む, という事実に基づいています.

5.6　熱機関の効率とカルノーサイクル

熱機関 . . . 熱を利用する動力用装置で, 蒸気機関やガソリンエンジンなどがあります. 高温熱源, 低温熱源, 作業物質の 3 つの構成要素があり, それぞれ熱の放出, 冷却, 外への仕事という役割があります. 例えばガソリンエンジンでは, ガソリンを燃やした熱が高温熱源, エンジンの外の大気が低温熱源, 空気が作業物質です.

循環過程 . . . サイクルともいいます. 作業物質からある状態から熱機関によって変化し, 再び元の状態に戻るまでの過程です. これを繰り返すことで, 熱機関は継続的に仕事を行っています. 熱機関が 1 サイクルの間に行う仕事 W は, 高温熱源から受け取る熱を Q_H, 低温熱源に放出する熱を Q_L とすると, 以下のように表されます.

$$W = Q_H - Q_L$$

熱機関の効率 . . . 熱機関が高温熱源をどれだけ仕事に変換できるかの割合です. 記号 η (エータ) で表され, 以下の式で求められます.

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

熱力学の第 2 法則によれば, 熱機関の効率は 1 未満です.

カルノーサイクル . . . カルノーの考案した熱機関です. 理想気体が入った摩擦のないピストン付きのシリンダーを装置とし, 温度が一定な 2 つの熱源 T_H と T_L $(T_H < T_L)$ を使い,

- 等温膨張
- 断熱膨張
- 等温圧縮
- 断熱圧縮

を組み合わせた可逆サイクルからなります.

1. シリンダーを温度 T_H の高温熱源に接触させながらゆっくり作業物質を膨張させると, 作業物質は熱 Q_H を受け取って状態 (p_1, V_1, T_H) から 状態 (p_2, V_2, T_H) へ等温膨張します. 等温変化のため, 外部にした仕事は与えられた熱に等しくなります.

2. 次に, シリンダーを高温熱源から離し, ゆっくりと作業物質を断熱膨張させます. そうすると作業物質は状態 (p_2, V_2, T_H) から状態 (p_3, V_3, T_L) へ変化し, 外部に仕事をして温度が下がります. 断熱変化のため, 熱の出入りはありません.

3. 今度はシリンダーを低音熱源に接触させながらゆっくり作業物質を圧縮します. 作業物質は熱 Q_L を放出して, 状態 (p_3, V_3, T_L) から状態 (p_4, V_4, T_L) へ等温圧縮します. 体積が減少するため, 仕事は負で, 外部が作業物質に仕事をします.

4. シリンダーを低温熱源から離し，ゆっくりと作業物質を断熱圧縮します．作業物質は状態 (p_4, V_4, T_L) から最初の状態 (p_1, V_1, T_H) に戻ります．熱の出入りはないため，外部が作業物質にした仕事が温度上昇の原因です．そのため，この変化では作業物質が外部にする仕事は負です．

カルノーサイクルの効率 $\cdots$ カルノーサイクルの 1 サイクルで行われる仕事は，

$$W = R(T_H - T_L)\ln\frac{V_2}{V_1}$$

になります．高温熱源から受け取る熱量は

$$Q_H = RT_H \ln\frac{V_2}{V_1}$$

のため，効率は以下のようになります．

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

カルノーの原理 $\cdots$ 理想気体以外の物質を作業物質に使った場合，どのような熱機関もカルノーサイクルより効率が高くならない，という原理です．逆に言うと，カルノーサイクルはもっとも大きい効率になる熱機関になるわけですね．

逆カルノーサイクル $\cdots$ カルノーサイクルを逆に運転すると，外部から仕事をして低温熱源から熱を受け取り，高温熱源に熱を放出する機関ができます．これは冷房や冷蔵庫に応用されています．また，効率もカルノーサイクルを逆にしたような式になります．

$$\frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} \leq \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

参考文献

[1] 基礎物理学

制作:Roadagain