

物理

1 温度とは?

セ氏温度 … 単位は $[\text{°C}]$. 1 気圧において, 氷の融点を 0°C , 水の沸点を 100°C として, その間を 100 等分した温度だよ. 水が 0°C で凍って 100°C で沸騰するのは凄いことだ. なんて聞いたことがあるかもしれないけど, 基準が水なんだから当然のことなんだよね. 夢を壊すな? そんな夢で高専生やってけると思ってるの?

絶対温度 … 絶対零度って知ってるかい? セ氏温度でおよそ -273°C のことで, 理論上の最低温度なのさ. 理由はあとで説明するから忘れないでいてね. そして, その絶対零度を 0 として決めた温度を絶対温度というんだ. 1 度の幅はセ氏温度と同じだよ. 単位は $[\text{K}]$ で, 絶対温度を T , セ氏温度を t とすると, $T[\text{K}] = t[\text{°C}] + 273$ という式が成り立つんだ.

そうそう, 絶対温度は分子の運動エネルギーによって決まるんだよ. 分子が動けば動くほど温度が上がっていくんだけど, 逆にすると … 後は分かるね. 分子が完全に止まってしまうのが 0K , つまりは絶対零度なのさ.

2 温度と熱の関係

熱の単位 … $[\text{J}]$ または $[\text{cal}]$ だよ. $[\text{J}]$ はエネルギーの単位としても用いたね. $[\text{cal}]$ の方はダイエットをしている誰かには馴染み深いんじゃないかな. え, 君とは言っていないよ? ちなみに, $[\text{J}]$ と $[\text{cal}]$ の換算は $1\text{cal} = 4.2\text{J}$ だから, 覚えておくといいよ.

熱平衡 … 温度が高い方から低い方に熱が流れて, 両方が同じ温度になることだよ. 熱湯と冷水を混ぜるとぬるま湯になるよね. それがズバリ熱平衡さ.

3 熱容量と比熱

さあ, ここからはみんな追い詰められてる計算に入るよ. 心してかかるようにね.

熱容量 … 単位は $[\text{cal}/\text{K}]$. ある物体の温度を 1K 上げるのに必要な熱量のことさ. 物体の温度を $\Delta T[\text{K}]$ 上げるのに熱量が $Q[\text{cal}]$ 必要なとき,

$$\omega = \frac{Q}{\Delta T} \implies Q = \omega \Delta T$$

という公式が成り立つよ. ΔT はただの文字だから, そんなに苦手意識を持たないで欲しいな.

比熱 … こちらの単位は $[\text{cal}/(\text{K}\cdot\text{g})]$. 熱容量を質量 (g) で割った値だね. 要は物質 1g のときの熱容量さ. ちなみに, 水の比熱は 1 だよ (実はこちらも水が標準なのさ). 比熱が大きいってことは, 温度が変化しにくいってことなんだ. だから暖まりにくく冷めにくい. 逆に比熱が小さいと, 熱しやすくさめやすいんだ. 与える熱量 Q が一定だと, 比熱と上昇する温度は反比例の関係になるんだよ.

4 熱容量保存則

熱容量保存則 … これは, 高温側から出た熱量と低温側に入った熱量が同じ, という法則だ. 初めの温度がそれぞれ $T_1[\text{K}], T_2[\text{K}]$ だったのが同じ温度 T になったとき, 双方の質量と比熱, 絶対温度をそれぞれ

$m_1[g], m_2[g], c_1[cal/(K \cdot g)], c_2[cal/(K \cdot g)]$ とすると,

$$m_1 c_1 (T_1 - T) = m_2 c_2 (T - T_2)$$

という式が成り立つよ. 温度差は, 初めと後を比べて, 高い方から低い方を引いてね.

5 ボイル・シャルルの法則

ボイル・シャルルの法則... これは化学でも習ったよね. 気体の温度を $T[K]$, 圧力を $P[Pa]$, 体積を $V[m^3]$ とすると

$$\frac{PV}{T} = \text{一定の値}$$

となるんだったね. 忘れた人は 1 年のまとめを見返すといいよ. 持ってなかったら作成者か持つてる人によこせとか言えればいいと思うよ貰うといいよ. そして, 気体の温度, 圧力, 体積が変化しても,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

が成り立つんだよね. この辺りは復習だからそんなに詳しくは書かないけど許してね.

理想気体... ボイル・シャルルの法則に厳密に従う気体のことだよ. 気体分子の大きさや分子間力を無視できるんだ.

6 理想気体の状態方程式

標準状態での理想気体... 1mol の理想気体は, 1atm, $0^\circ C$ で 22.4l を占めるよ.

気体定数... 1mol の理想気体で, $\frac{PV}{T}$ は $8.3145[J/(mol \cdot K)]$ で, この値を気体定数と言うんだ. 文字は R で表すよ.

理想気体の状態方程式... 気体の物質量を $n[mol]$ になると, 体積は 1mol の n 倍になるよね. つまり, $\frac{PV}{T} = nR$ になるんだ. これから分母を払えば, 状態方程式の完成さ.

$$PV = nRT$$

7 気体の分子運動

分子の運動を固体や液体で扱うのは難しいんだ. 理由は割愛するよ. だけど, 理想気体なら色々都合だから超簡単なんだよ.

圧力... 気体分子が壁にぶつかると跳ね返って, 壁に力を及ぼすんだ. これが圧力の原因さ.

気体分子の運動エネルギー... 気体分子は, それぞれの運動エネルギーがバラバラなんだ. だから, 平均で考えるんだよ. 先に公式を出しておくね.

$$N \cdot \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} nRT$$

nRT は状態方程式のそれだよ. 他の文字を解説すると,

N : 分子の個数 \bar{v} : 分子の速さの平均 $\frac{1}{2} \overline{mv^2}$: 分子 1 個あたりの平均の運動エネルギー

この式から, 分子の運動エネルギーの平均は, 絶対温度に比例することが分かるよね.

分かるよね.

運動エネルギーの式で $n = 1$ のとき, $N = N_0$ はアボガドロ数 (6.02×10^{23} [個/mol]) になるよ. このとき, 式は

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} \times \frac{R}{N_0} T$$

と変形できるね. 異論は受け付けないよ.(注釈:間違ったら教えて下さい)

ボルツマン定数... 上の式の $\frac{R}{N_0}$ のことだよ. 文字 ~~KBTIF~~ k_B で表すよ.

$$\begin{aligned} k_B &= \frac{R}{N_0} = \frac{8.31[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]}{6.02 \cdot 10^{23}[\text{mol}]} \\ &= 1.38 \cdot 10^{-23}[\text{J}/\text{K}] \end{aligned}$$

気体分子の平均の速度を求める... 式変形して $\overline{v^2}$ を求めると,

$$\overline{v^2} = \frac{3k_B T}{m} = \frac{3RT}{mN_0} = \frac{3RT}{M}$$

となるね.(途中式省略したけど許してネ!) 3つ目の式と4つ目の式で, mN_0 が M に変わっているよね. これは, $mN_0 = (\text{物質 } 1\text{mol の質量}) = (\text{分子量}) = M$ だからなんだ. m が分子1個の重さ, N_0 がアボガドロ定数だからこその変換だね. これから, 次の式が導かれるよ.

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = v_m$$

二乗平均速度... 上の式の v_m のことさ. 下で詳しく述べているけど, \overline{v} ではないから気をつけてね.

$$\overline{v^2} \neq \overline{v}^2 \text{ だから, } \sqrt{\overline{v^2}} \neq \sqrt{\overline{v}^2}$$

8 内部エネルギー

物質中の分子は, お互いに力(分子間力)を及ぼし合いながら運動している. 要はどつき合ったりメンチ切り合ったりするヤンキーみたいなものだ. 分子が持つエネルギーは, 運動エネルギーと位置エネルギーの合計なんだ. これを全ての分子で考えるのが内部エネルギーってわけさ. え, 分からない?要はアレだよ, ヤンキー集団の戦力だよ.

そして, 気体分子の位置エネルギーってめちゃくちゃ小さいんだ. それこそ無視できるくらいにね. だから, **内部エネルギー=全分子の運動エネルギーの和**という式が成り立つのさ.

温度 $T[\text{K}]$, $n[\text{mol}]$ の**単原子分子**の理想気体の内部エネルギーの公式

$$U = n \frac{3}{2} RT$$

単原子分子... 原子1個でできている分子のことだね. 希ガスが主な例だよ. なんで単原子分子でしか上の式が成り立たないかっていうと, 複数個の原子から分子ができると回転や振動も加わってきて, 運動エネルギーが大きくなってしまうからなんだ.

9 熱力学の第一法則

気体に限らず、物体の内部エネルギーは、その物体が外と熱量や仕事をやりとりしただけ増減するんだ。気体だと、

- 圧縮 or 加熱 \implies 気体分子が加速 \implies エネルギー増加
- 膨張 or 冷却 \implies 気体分子が原則 \implies エネルギー減少

という風になるんだ。他はどうなのか?ggrks

熱力学の第一法則 ... エネルギーの変化は、やりとりした熱量と仕事の和なんだよ。逆に言えば、熱量や仕事をやりとりしなければエネルギーは変化しないってことになるね。

じゃあ変化したエネルギーはどう求めるのか?それが下の公式だ。

$$\Delta U = Q + W$$

この式で、 ΔU は変化したエネルギー、 Q はやり取りした熱量、 W はやり取りした仕事を表しているよ。じつはこれ全部、単位は [J] なんだ。エネルギーのやり取りだから当然っちゃ当然なんだけどね。

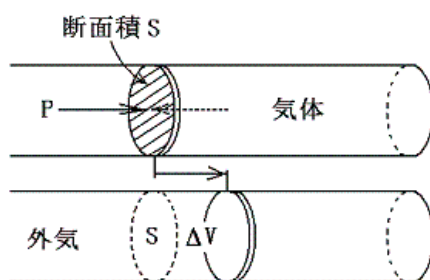
そして、ここからは内部エネルギーの式と絡めていくよ。内部エネルギーと温度をそれぞれ U_1, T_1 としよう。そのときの内部エネルギーは、 $U_1 = \frac{3}{2}nRT_1$ だよ。さて、それをどうにかこうにかして T_2 [K] まで温度を変えたとしたら、その時の内部エネルギーを U_2 とすると、 $U_2 = \frac{3}{2}nRT_2$ になるね。変化した温度を ΔT 、変化した内部エネルギーを ΔU とすると、

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 \\ &= \frac{3}{2}nR(T + \Delta T) \\ &= \frac{3}{2}nR\Delta T\end{aligned}$$

になるよね。だから、内部エネルギーの変化は温度の変化を用いて下の公式で求められるんだ。

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T$$

10 気体の体積変化と仕事



表面積が S [m²] のピストンがある。どこにとかは置いておいてあるんだ。そのピストンが圧力 P [Pa] の気体を押すとき、その力は

$$F = PS$$

で表せるよ。そしてその力で x [m] ピストンを動かすと、仕事は $W = PSx$ になるんだ。「断面積 × 距離だから $Sx = \Delta V$ だ!」とは思っちゃいけないよ。(次のページに続く)

ΔV は体積の変化で、押されると体積は小さくなるよね。つまり、仕事为正なら体積変化は負になるんだ。逆に、仕事を負 (ピストンを引く) なら体積変化は正 (体積増加) になるよね。だから、正しい式は

$$\Delta V = -Sx$$

になるんだ。 $W = PSx, \Delta V = -Sx$ を組み合わせると、

$$W = -P\Delta V$$

になるよ。 P の符号が負なのは、 ΔV の符号を打ち消すためさ。

11 等温変化

さあ、ここまで来たらあともう少しだよ。

等温変化 ... 温度が一定に保たれる状態変化のことだよ。ボイルの法則から、 $P_1V_1 = P_2V_2$ が成り立つんだ。また、温度変化 (つまり ΔT) が 0 だから、 $\Delta U (= \frac{3}{2}nR\Delta T)$ も 0 になるよ。それに、熱力学の第一法則 (以降は第一法則と略するよ) の式にこれを当てはめると ...

$$Q = -W$$

つまり、加えられた仕事と同じエネルギーが放熱されるということさ。

12 定積変化

定積変化 ... 体積が一定に保たれる状態変化のことだよ。 $\Delta V = 0$ だから、 $W = -P\Delta V$ に当てはめると $W = 0$ になる。これを第一法則の式に当てはめると、

$$\Delta U = Q = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

定積モル比熱 ... 上の式のうち、 $\frac{3}{2}R$ を指すよ。これは 1mol の気体を 体積を一定に保ちながら温度を ΔT [K] 上げるのに必要なんだよ。文字 C_V で表すよ。

定積モル比熱を入れた式は次のようになるよ。覚えておいて損はない、と思うよ。

$$\Delta U = \frac{3}{2}nRT = nC_V\Delta T$$

13 定圧変化

定圧変化 ... 圧力が一定に保たれる状態変化のことだよ。シャルロット・デュノ子シャルルの法則から、 $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ が成り立つんだ。

さて、定圧変化で体積が V_1 から V_2 に、温度が T_1 から T_2 に変化したとしよう。その時の内部エネルギーの変化はどうなるのかを考えよう。ここでは久々に状態方程式が登場するよ。

$$\begin{aligned} P(V_2 - V_1) &= nR(T_2 - T_1) \\ \therefore P\Delta V &= nR\Delta T \\ \therefore Q &= nC_V\Delta T + nR\Delta T \\ &= n(C_V + R)\Delta T \end{aligned}$$

定圧モル比熱... $C_V + R$ のことさ. こちらは 1mol の気体を 圧力を一定に保ちながら温度を $\Delta T[\text{K}]$ 上げるのに必要な熱量 を表すんだ. 文字 C_P で表すよ.

マイヤーの方程式... 定積モル比熱と定圧モル比熱の関係式さ.

$$C_P - C_V = R$$

これは, 定圧モル比熱の求め方を見れば一発だよ.

比熱比... 文字通り比熱の比のことだよ. 比という文字が 2 つもあるけど頑張って慣れてくれ. これは文字 γ (ガンマ) で表して, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ だよ. 単原子分子だと約 $\frac{5}{3}$, 二原子分子だと $\frac{7}{3}$ に値が近付くんだ.

参考文献

- [1] 高専の物理